

Prova intermedia di Analisi Matematica II

Docente: B. Rubino

L'Aquila, 26 febbraio 2007

Cognome e nome: _____

Matricola: _____

Corso di studi: _____

Tempo a disposizione: 75 minuti

Esercizio 1

Data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{per } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{altrimenti,} \end{cases}$$

1. si stabilisca in quali punti di \mathbb{R}^2 è continua,
2. se ne studi la differenziabilità nell'origine.

Esercizio 2

Studiare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = e^{-t}(1 + y^2) \\ y(0) = 0, \end{cases}$$

determinando in particolare l'intervallo massimale di esistenza per la soluzione trovata.

Esercizio 3

Data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x, y) = \max(x^2, y^2),$$

se ne stabilisca il massimo ed il minimo assoluto sul dominio

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x - 2y| \leq 1, |2x + y| \leq 1\}.$$