Analisi Matematica 2 (6 CFU) – A.A. 2002/03
Ingegneria Chimica, Civile, Elettronica
Docente: Bruno Rubino – L'Aquila, 1 aprile 2003

Cognome e nome:____________________________

Matricola:______________ Corso di Laurea: ________________________

Esercizio 1

Studiare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{1+3t^2}{1+\tan^2 y} \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Esercizio 2

Usando lo sviluppo di Taylor, calcolare, se esiste

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\arcsin(x) - \sin(y)}{x^2+y^2}$$

Esercizio 3

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\arctan(n^2) - \sin(n^5)}{1+n^3}.$$

Esercizio 4

Calcolare l'integrale

$$\int\int_{\mathcal{D}} \frac{dxdy}{\sqrt{x^2+y^2}},$$

dove $\mathcal{D} = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ 1 \le x^2+y^2 \le \pi,\ x+y \ge 0,\ x-y \le 0\big\}$.

Esercizio 5

Calcolare, se ciò ha senso, il massimo e il minimo assoluto della funzione

$$f(x,y) = x^2 y$$

sul dominio $\mathcal{D} = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ x^2+y^2 = 4\big\}$.

Analisi Matematica 2 (6 CFU) – A.A. 2002/03
Ingegneria Chimica, Civile, Elettronica
Docente: Bruno Rubino – L'Aquila, 11 aprile 2003

Cognome e nome:____________________________

Matricola:______________ Corso di Laurea: ________________________

Esercizio 1

Studiare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 3y' - 4y = 5 \\ y(0) = y'(0) = 0. \end{cases}$$

Esercizio 2

Trovare lo sviluppo di Taylor al quarto ordine in $x_0 = 0$ per la funzione

$$f(t) = \sin\left(t + t^3\right).$$

Esercizio 3

Studiare la convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale per la serie di potenze ($z \in \mathbb{C}$)

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \log\left(n^5\right) z^n.$$

Esercizio 4

Calcolare l'integrale

$$\iint_{\mathcal{D}} \frac{2x+y}{x+2y}\left(x^2 - y^2\right) dxdy,$$

dove $\mathcal{D} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ 0 \le x^2 - y^2 \le 1,\ 1 < x + 2y < 3\right\}$.

Esercizio 5

Classificare i punti stazionari della funzione $f :\ \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = x^2 + 3xy - y^2.$$

Analisi Matematica 2 (6 CFU) – A.A. 2002/03
Ingegneria Chimica, Civile, Elettronica più vecchio ordinamento
Docente: Bruno Rubino – L'Aquila, 23 giugno 2003

Cognome e nome:______________________________ Matricola:_______________

Corso di Laurea (triennale o v.o.?): ______________________________________

Esercizio 1

Trovare l'integrale generale per l'equazione differenziale

$$y''' - y'' + y' = 1$$

Esercizio 2

Usando opportunamente lo sviluppo di Taylor, calcolare, se esiste, il

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\log^2(1+x) - x^2 + y^2}{x^4 + 4y^2}$$

Esercizio 3

Studiare la convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale per la serie di potenze ($z \in \mathbb{C}$)

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\arctan(n^2)}{n^2} z^n.$$

Esercizio 4

Calcolare l'integrale

$$\int\!\!\int_{\mathcal{D}} \sqrt{(x^2+y^2)}\ xy\ dxdy,$$

dove $\mathcal{D} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ x \geq 0,\ x^2+y^2 \leq 4,\ \frac{\pi}{6} \leq \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \leq \frac{\pi}{4}\right\}$.

Esercizio 5

Sia data la funzione $f:\ \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{xy^2}{x^2+y^2}\right) & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Dire se f è continua e differenziabile.

Analisi Matematica 2 (6 CFU) – A.A. 2002/03
Ingegneria Chimica, Civile, Elettronica più vecchio ordinamento
Docente: Bruno Rubino – L'Aquila, 23 luglio 2003

Cognome e nome:______________________________ Matricola:_______________

Corso di Laurea (triennale o v.o.?): ______________________________________

Esercizio 1

Trovare l'integrale generale $y(t)$ per l'equazione differenziale

$$y^4 + 3y'' + 2y = t$$

Esercizio 2

Calcolare, se ció ha senso, il massimo e minimo assoluto della funzione $f : \mathcal{D} \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = x - \log\left(x^2 + y^2\right),$$

dove $\mathcal{D} = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\right\}$.

Esercizio 3

Studiare la convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale per la serie di potenze ($z \in \mathbb{C}$)

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \log^2(n + 3) z^n.$$

Esercizio 4

Calcolare l'integrale

$$\int\!\!\int_{\mathcal{D}} x - \log\left(x^2 + y^2\right) \ dxdy,$$

dove $\mathcal{D} = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\right\}$.

Analisi Matematica 2 (6 CFU) – A.A. 2002/03
Ingegneria Chimica, Civile, Elettronica più vecchio ordinamento
Docente: Bruno Rubino – L'Aquila, 1 settembre 2003

Cognome e nome:______________________________ Matricola:_______________

Corso di Laurea (triennale o v.o.?): _______________________________________

Esercizio 1

Studiare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \sin t \, \sqrt{y} \\ \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Esercizio 2

Studiare la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\arctan n}{1+n^2}$$

Esercizio 3

Calcolare l'integrale

$$\iint_{\mathcal{D}} \sqrt{1-(x^2+y^2)}\; dx\; dy,$$

dove $\mathcal{D} = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; x^2+y^2 \leq \frac{1}{2}, \; x+y \geq 0 \right\}$.

Esercizio 4

Stabilire i punti critici della funzione $f : \; \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = x^3 + 3x^2y + 3xy^2$$

e classificarli.

Esercizio 5

Data la funzione $f : \; \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(t) = \sin\left(\log\left(1+t^2\right)\right),$$

scriverne lo sviluppo di Taylor in $t_0 = 0$ al quarto ordine.

Analisi Matematica 2 (6 CFU) – A.A. 2002/03
Ingegneria Chimica, Civile, Elettronica più vecchio ordinamento

Docente: Bruno Rubino – L'Aquila, 15 settembre 2003

Cognome e nome:____________________________ Matricola:______________

Corso di Laurea (triennale o v.o.?): ____________________________________

Esercizio 1

Studiare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y^2+1)\, t e^{t^2} \\ \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

stabilendo in particolare se c'è esistenza ed unicità. Tracciare un grafico approssimativo delle eventuali soluzioni.

Esercizio 2

Studiare la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log(1+n^2)}{n^2}$$

Esercizio 3

Calcolare l'integrale

$$\iint_{\mathcal{D}} \left(x^2 - y^2\right)\ dx\ dy,$$

dove $\mathcal{D} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ x+y \geq 0,\ x \leq 0,\ |x-y| \leq 3\right\}$.

Esercizio 4

Sia data la funzione $f :\ \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin^2(x)\ \sin\left(y^2\right)}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Dire se f è continua e differenziabile.

Esercizio 5

Data la funzione $f :\ \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(t) = e^{\tan t} - e^{\sin t},$$

scriverne lo sviluppo di Taylor in $t_0 = 0$ al quarto ordine.

Analisi Matematica 2 (6 CFU) – A.A. 2002/03
Ingegneria Chimica, Civile, Elettronica
Docente: Bruno Rubino – L'Aquila, 1 dicembre 2003

Cognome e nome:________________________________ Matricola:________________

Corso di Laurea: ____

Esercizio 1

Studiare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \left(y^2 - 1\right) te^{t^2} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

stabilendo in particolare se c'è esistenza ed unicità. Tracciare un grafico approssimativo delle eventuali soluzioni.

Esercizio 2

Scrivere lo sviluppo di Taylor di ordine tre in $t_0 = 0$ per la funzione

$$f(t) = e^{t \log(1+t)}$$

Esercizio 3

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctan n}{n + \arctan\left(n^3\right)}$$

Esercizio 4

Calcolare l'integrale

$$\iint_{\mathcal{T}} y^2 \arctan x \; dx \; dy$$

dove $\mathcal{T}$ è il triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$ e $(1,1)$.

Esercizio 5

Calcolare, se ciò ha senso, il massimo e il minimo assoluto della funzione

$$f(x,y) = x^2 + xy + y^2$$

sul dominio $\mathcal{D} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; x^2 + y^2 \geq 1\right\}$.

Analisi Matematica 2 (6 CFU) – A.A. 2002/03
Ingegneria Chimica, Civile, Elettronica e v.o.
Docente: Bruno Rubino – L'Aquila, 16 dicembre 2003

Cognome e nome:______________________________ Matricola:________________

Corso di Laurea: ____

Esercizio 1

Studiare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = e^{y-t^2} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

stabilendo in particolare se c'è esistenza ed unicità globale.

Suggerimento: può essere utile ricordare che $\int_0^{+\infty} e^{-s^2} ds = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

Esercizio 2

Scrivere lo sviluppo di Taylor di ordine tre in $t_0 = 0$ per la funzione

$$f(t) = \int_0^{t^2} e^{-s^2} ds.$$

Esercizio 3

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n}}{n + \sin(n^3)}$$

Esercizio 4

Calcolare l'integrale

$$\iint_{\mathcal{T}} \frac{xy}{x^2+y^2}\, dx\, dy$$

dove

$$\mathcal{T} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ x^2+y^2 \le 4,\ 0 \le x \le y\right\}.$$

Esercizio 5

Indicato con $\gamma_0 = \int_0^1 e^{t^2} dt$, calcolare, se ciò ha senso, il massimo e il minimo assoluto della funzione

$$f(x,y) = xye^{\int_0^{x^2} e^{t^2} dt}$$

sul quadrato $\mathcal{Q} = [-1,1] \times [-1,1]$.

Analisi Matematica 2 (6 CFU) – A.A. 2002/03
Ingegneria Chimica, Civile, Elettronica e v.o.
Docente: Bruno Rubino – L'Aquila, 7 gennaio 2004

Cognome e nome:________________________________ Matricola:________________

Corso di Laurea: ____

Esercizio 1

Studiare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{\sqrt{1+t}}{t}\cos^2 y \\ \\ y(3) = 0 \end{cases}$$

Esercizio 2

Scrivere lo sviluppo di Taylor di ordine tre in $t_0 = 0$ per la funzione

$$f(t) = \log\left(1 + \sin\left(\frac{1}{1+t^2}\right)\right)$$

Esercizio 3

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}\sin(n).$$

Esercizio 4

Calcolare l'integrale

$$\iint_{\mathcal{T}} \frac{\exp\left(\sqrt[4]{x^2+y^2}\right)}{\sqrt[4]{x^2+y^2}}\, dx\, dy$$

dove

$$\mathcal{T} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ 1 \le x^2+y^2 \le 4,\ x \ge 0\right\}.$$

Esercizio 5

Calcolare, se ciò ha senso, il massimo e il minimo assoluto della funzione

$$f(x,y) = x^2 + y^2$$

sul dominio

$$\mathcal{D} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ \frac{1}{36} \le \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \le 1\right\}.$$

Analisi Matematica 2 (6 CFU) – A.A. 2002/03
Ingegneria Chimica, Civile, Elettronica e v.o.
Docente: Bruno Rubino – L'Aquila, 15 marzo 2004

Cognome e nome:________________________________ Matricola:________________

Corso di Laurea: ____

Esercizio 1

Studiare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = e^y \log t \\ \\ y(1) = 5 \end{cases}$$

Esercizio 2

Scrivere lo sviluppo di Taylor di ordine tre in $t_0 = 0$ per la funzione

$$f(t) = \log(2 + t)$$

Esercizio 3

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \arctan\left(n^2\right)$$

Esercizio 4

Calcolare l'integrale

$$\iint_{\mathcal{T}} \sin(x + y)\cos(x - 2y)\ dx\ dy$$

dove

$$\mathcal{T} = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ 0 \le x + y \le \frac{\pi}{2},\ -\frac{\pi}{2} \le x - 2y \le \frac{\pi}{2}\right\}.$$

Esercizio 5

Calcolare, se ciò ha senso, il massimo e il minimo assoluto della funzione

$$f(x, y) = x^2 - y^2$$

sul dominio

$$\mathcal{D} = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ 0 \le x + y \le 1,\ 0 \le x - y \le 1\right\}.$$

Analisi Matematica 2 (6 CFU) – A.A. 2002/03
Ingegneria Chimica, Civile, Elettronica e v.o.
Docente: Bruno Rubino – L'Aquila, 1 aprile 2004

Cognome e nome:______________________________ Matricola:_______________

Corso di Laurea: ______________________________________

Esercizio 1

Studiare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \tan t \ \sqrt{y} \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Esercizio 2

Trovare l'integrale generale $y = y(t)$ per l'equazione differenziale

$$y^{(4)} + 9y'' = t.$$

Esercizio 3

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \log\left(1 + \frac{\pi}{n^2}\right)$$

Esercizio 4

Calcolare l'integrale

$$\iint_{\mathcal{T}} (x+y)\sqrt{|x-y|} \ dx \ dy$$

dove

$$\mathcal{T} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x + y \le 0, \ x^2 + y^2 \le 1\right\}.$$

Esercizio 5

Sia data la funzione $f : \ \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \log\left(1 + \frac{x^4 y^2}{(x^2+y^2)^2}\right) & \text{se } (x,y) \ne (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Dire se f è continua e differenziabile su $\mathbb{R}^2$.