Compito A

Prova intermedia di Analisi Matematica I

L'Aquila, 5 novembre 2005 – Docente: B. Rubino

Cognome e nome: ____

Matricola: ____

Esercizio 1

Applicando il principio di induzione, dimostrare la seguente proprietà:
per tutti i numeri naturali $n \geq 1$, la potenza n-esima di 7 diminuita di 1 è divisibile per 6.

Esercizio 2

Dire se il seguente limite esiste e, in tal caso, calcolarlo:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1 - \sin^2 x}{1 + \cos^2 x}$$

Esercizio 3

Senza fare uso della formula di De L'Hospital, calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\arctan(ex) - \sin(3x)}{\tan(\pi x) - 5x^3}$$

Esercizio 4

Studiare la funzione

$$f(x) = x^3 - x^2 - 9x + 9$$

tracciandone un grafico approssimativo.

Prova scritta di Analisi Matematica I

L'Aquila, 2 dicembre 2005 – Docente: B. Rubino

Cognome e nome: ____

Matricola: ____

Corso di laurea: ____

Esercizio 1

Determinare, se esiste, l'estremo inferiore e superiore, il minimo ed il massimo dell'insieme

$$\mathcal{I} = \left\{ \alpha \in \mathbb{R} : \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^{1-2\alpha}} \, dx < +\infty \right\}.$$

Esercizio 2

Data la funzione

$$f(x) = \left(e^{x^2} - e^{-x^2} \right) \sin^2 x,$$

calcolarne il massimo limite ed il minimo limite per $x \to +\infty$. Calcolare quindi, se esiste, il

$$\lim_{x \to +\infty} f(x).$$

Esercizio 3

Senza fare uso della formula di De L'Hospital, calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x^2+1} \right)^{\frac{x^3+1}{x+1}}$$

Esercizio 4

Studiare la funzione

$$f(x) = 1 - \frac{1}{x} - \log|x+2|.$$

tracciandone un grafico approssimativo.

Esercizio 5

Trovare la primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{(x-1)(x+2)^2}$$

che vale zero in zero.

Esercizio 6

Trovare le radici quarte del numero complesso $w = \sqrt{3}\ - i$.

Esercizio 7

Studiare la successione $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ definita per ricorrenza come

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ \\ a_{n+1} = \sqrt{2+a_n}\ , \qquad n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

Prova scritta di Analisi Matematica I

L'Aquila, 16 dicembre 2005 – Docente: B. Rubino

Cognome e nome: ____

Matricola: ____

Corso di laurea: ____

Prova orale il: ____

Esercizio 1

Trovare tutti i numeri complessi z che risolvono l'equazione

$$z^4 + 2z^2 + 2 = 0.$$

Esercizio 2

Calcolare l'integrale

$$\int x \arctan\left(x^2 - 1\right)\, dx.$$

Esercizio 3

Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt[3]{\left(x^2 + x - 2\right)^2}$$

tracciandone un grafico approssimativo.

Esercizio 4

Determinare, se esiste, l'estremo inferiore e superiore, il minimo ed il massimo dell'insieme

$$\mathcal{K} = \left\{ \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cos(n\pi) : \; n \in \mathbb{N}, \; n \geq 1 \right\}$$

Esercizio 5

Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{[x]}{x}$$

dove $[x]$ indica la *parte intera* del numero reale x.

Esercizio 6

Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{n \to \infty} \left(\frac{2^n + 3^n}{5^n} \right) \cos\left[\log\left(\frac{n^2 + 1}{n + 5} \right) \right]$$

Esercizio 7

Calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{\int_0^{x^2} e^{-t^2} \, dt}{x^2}$$

Prova scritta di Analisi Matematica I

L'Aquila, 9 gennaio 2006 – Docente: B. Rubino

Cognome e nome: ____

Matricola: ____

Corso di laurea in Ingegneria Edile-Architetura

Prova orale il 13 gennaio 2006 ore 9:30

Esercizio 1

Giustificando opportunamente la risposta, calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{n\to+\infty} \sin(1+n^2)\log\left(1+\frac{1}{n^2}\right)$$

Esercizio 2

Studiare la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x+4}{x-1}\right)$$

tracciandone un grafico approssimativo.

Esercizio 3

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^3 \log\left(\frac{x+1}{x+3}\right)\, dx.$$

Esercizio 4

Sia data la funzione $f:\ [0,2] \longrightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{per } x \in [0,1) \cup (1,2] \\ \\ 3 & \text{per } x = 1. \end{cases}$$

a) Disegnare la funzione.

b) Calcolare, motivando la risposta, il seguente integrale

$$\int_0^2 f(x)\ dx.$$

Esercizio 5

Studiare la successione $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ definita per ricorrenza come

$$\begin{cases} a_1 = -3 \\ \\ a_{n+1} = 2a_n + 2, \qquad n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

Esercizio 6

Trovare le radici cubiche (in $\mathbb{C}$) del numero $w = -1 + i$.

Esercizio 7

Calcolare, se ciò ha senso, il massimo e minimo assoluto della funzione

$$f(x,y) = x^2 - y^2 + 3xy + 2y$$

definita sul dominio

$$\mathcal{T} = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ y \geq x^2,\ x \geq y^2\right\}.$$

Esercizio 8

Studiare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \sqrt{1-y^2} \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

In particolare dire se la soluzione del problema è unica e globale.

Correzione prova scritta di ANALISI MATEMATICA I
del 9 gennaio 2006.

ESERCIZIO 1 — Essendo $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n^2} = 0$ e la funzione logaritmo continua, si ha

$$\lim_{n\to\infty} \log\left(1+\frac{1}{n^2}\right) = 0 .$$

D'altra parte $\forall n \in \mathbb{N}$ si ha

$$-1 \leq \operatorname{sen}(1+n^2) \leq +1 .$$

Di conseguenza, come prodotto di una funzione limitata e di una infinitesima si ha

$$\lim_{n\to\infty} \operatorname{sen}(1+n^2) \log\left(1+\frac{1}{n^2}\right) = 0.$$

ESERCIZIO 2 — Ricordiamo che $g(t) = \operatorname{arctg} t$ è definita e C^∞ su tutta la retta reale.
La funzione

$$h(x) = \frac{x+4}{x-1}$$

è definita e continua per ogni $x \neq +1$.

Inoltre $\lim\limits_{x\to 1^-} \frac{x+4}{x-1} = -\infty$

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{x+4}{x-1} = +\infty$$

Risulta perciò che il dominio di definizione della funzione f è $D(f) = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\}$

Si ha poi

$$\lim_{t\to-\infty} \operatorname{arctg} t = -\frac{\pi}{2}, \quad \lim_{x\to+\infty} \operatorname{arctg} t = \frac{\pi}{2},$$

per cui

$$\lim_{x\to1^-} \operatorname{arctg} \frac{x+4}{x-1} = -\frac{\pi}{2},$$

$$\lim_{x\to1^+} \operatorname{arctg} \frac{x+4}{x-1} = \frac{\pi}{2}$$

Di conseguenza in $x=1$ vi è una discontinuità di salto.

Inoltre

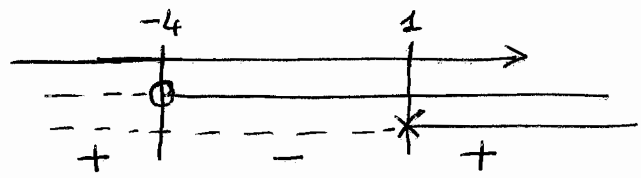
$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}, \quad \lim_{x\to+\infty} f(x) = \operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$$

per cui $y=\frac{\pi}{4}$ è un esintoto orizzontale sia a $+\infty$ che a $-\infty$.

Risulta poi

$f(x) \geq 0$ per $\operatorname{arctg}\frac{x+4}{x-1} \geq 0$ e, tenuto conto che $\operatorname{arctg} t$ è strettamente monotona crescente, di conseguenza

$$\frac{x+4}{x-1} \geqslant 0$$



da cui

$$f(x) \geqslant 0 \iff x \leq -4 \text{ e } x > 1.$$

Passiamo allo studio della derivata

$$f'(x) = \frac{x-1-x-4}{(x-1)^2} \cdot \frac{1}{1+\left(\frac{x+4}{x-1}\right)^2} =$$

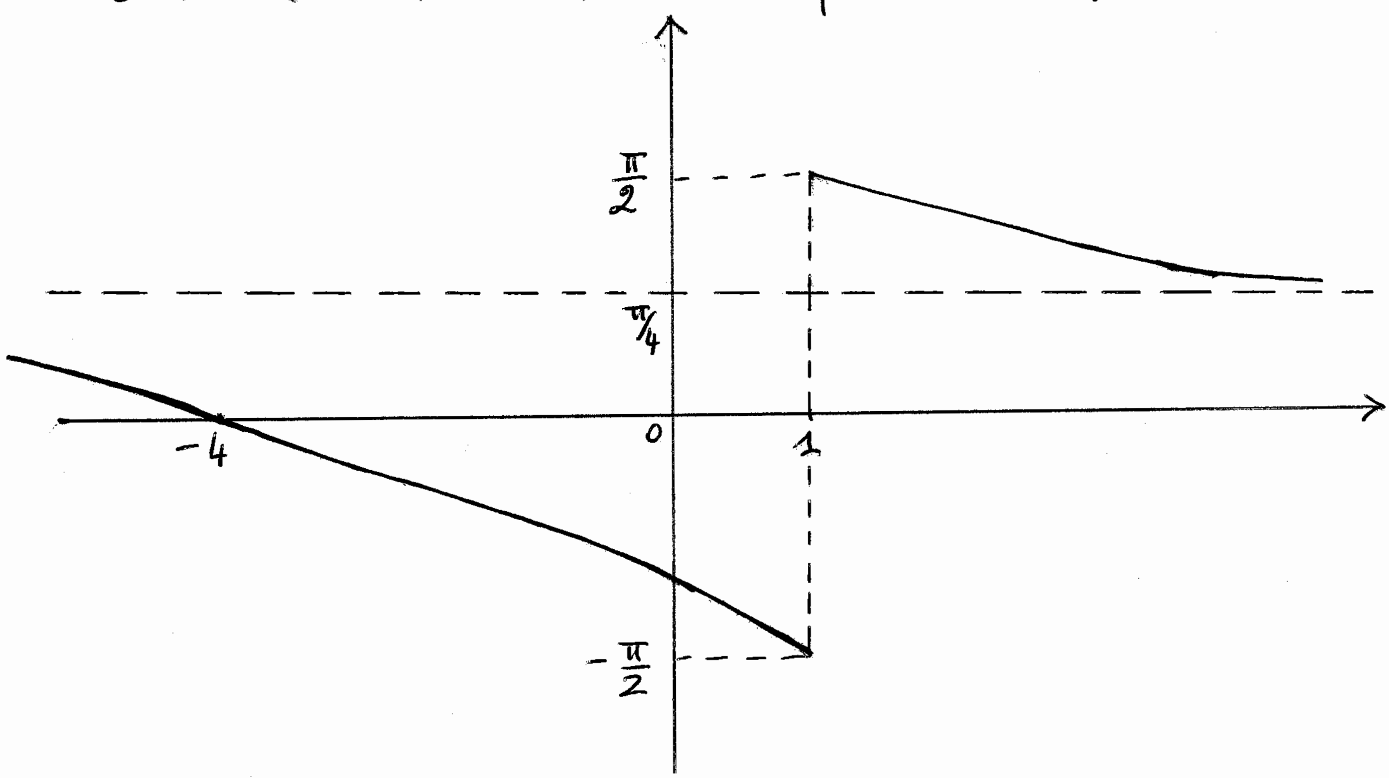
$$= \frac{-5}{(x-1)^2+(x+4)^2} < 0 \qquad \forall x \in \mathbb{R}\setminus\{1\}$$

Per $x<1$ e per $x>1$ la funzione f è strettamente monotona decrescente.

Si ha

$$\lim_{x\to 1^-} f'(x) = \lim_{x\to 1^+} f'(x) = -\frac{1}{5}$$

(attenzione a non confondere questa cosa con la continuità della derivata della f in $x=1$)



ESERCIZIO 3 — La funzione integranda è definita e C^∞ per $\frac{x+1}{x+3} > 0$, cosa vera per $x>0$.

Risolviamo intanto l'integrale indefinito. Risulta

$$\int \log\left(\frac{x+1}{x+3}\right) dx = -\int \log(x+3)\, dx + \int \log(x+1)\, dx$$

e, di conseguenza, si tratta di risolvere i due integrali.

Si ha, $\forall\, n \in \mathbb{N}$, per $x \geq 0$,

$$\int \log(x+n)\,dx = \quad \text{integrando per parti}$$

$$= x \log(x+n) - \int \frac{x}{x+n}\,dx =$$

$$= x \log(x+n) - \int \left(1 - \frac{n}{x+n}\right) dx =$$

$$= x \log(x+n) - x + n \log(x+n) + K, \quad K \in \mathbb{R}.$$

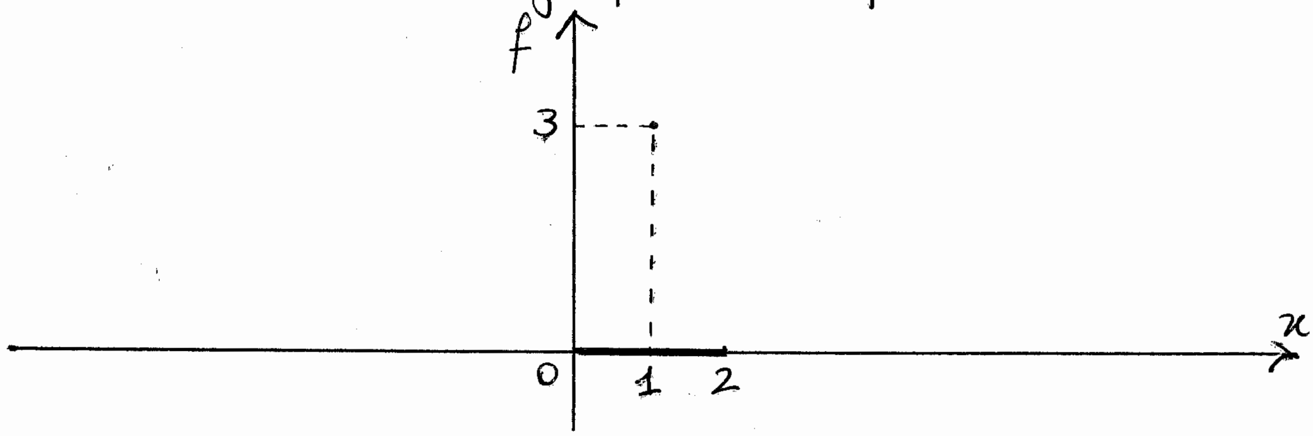
Di conseguenza

$$\int_0^3 \log\left(\frac{x+1}{x+3}\right) dx = -\Big[(x+3)\log(x+3) - x\Big] + \Big[(x+1)\log(x+1) - x\Big]\Bigg|_{x=0}^{x=3} =$$

$$= (x+1)\log(x+1) - (x+3)\log(x+3)\Bigg|_{x=0}^{x=3} = 4\log 4 - 3\log 3 =$$

$$= \log\left(\frac{256}{27}\right)$$

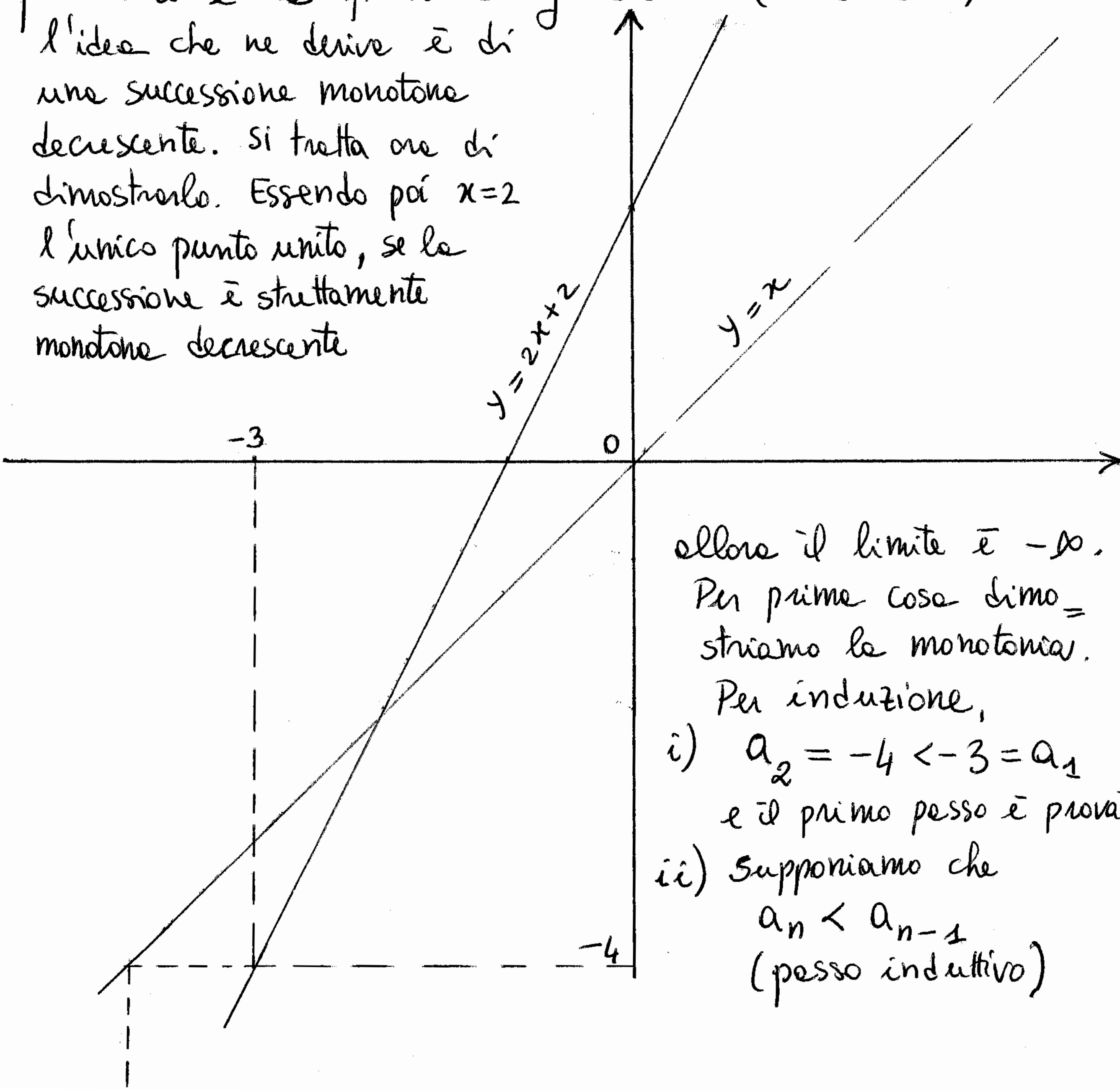
ESERCIZIO 4 — Il grafico della funzione è banale:



La funzione è cioè costante in $[0,1)$ e in $(1,2]$ mentre in $x=1$ è un punto di discontinuità eliminabile.
Passando perciò all'integrale, ovviamente la discontinuità in $x=1$ non ha alcuna influenza e la funzione è integrabile. Per le proprietà dell'integrale risulta

$$\int_0^2 f(x)\,dx = \int_0^1 f(x)\,dx + \int_1^2 f(x)\,dx = 0 + 0 = 0.$$

ESERCIZIO 5 — Disegnando la bisettrice del primo quadrante e la funzione $y = 2x+2$ (una retta) l'idea che ne deriva è di una successione monotona decrescente. Si tratta ora di dimostrarlo. Essendo poi $x=2$ l'unico punto unito, se la successione è strettamente monotona decrescente



allora il limite è $-\infty$.
Per prima cosa dimostriamo la monotonia.
Per induzione,

i) $a_2 = -4 < -3 = a_1$
e il primo passo è provato;

ii) supponiamo che
$a_n < a_{n-1}$
(passo induttivo)

Si ha, allora, moltiplicando per 2 e sommando 2

$2a_n + 2 < 2a_{n-1} + 2$, ovvero

$a_{n+1} < a_n$, per cui la dimostrazione è conclusa.

La successione è perciò strettamente monotona decrescente che tende perciò a $-\infty$.

ESERCIZIO 6 — Si ha

$|w| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$. Perciò w in forma complessa si può scrivere come

$w = \sqrt{2}\, e^{i\frac{3}{4}\pi}$. Sia ora $z = \rho e^{i\vartheta}$ la radice cubica cercata. Risulta

$\rho^3 e^{3i\vartheta} = \sqrt{2}\, e^{i\frac{3}{4}\pi}$, da cui

$\rho = \sqrt[6]{2}$ e

$3i\vartheta = i\frac{3}{4}\pi + 2K\pi i$, ovvero

$\vartheta_K = \frac{\pi}{4} + \frac{2}{3}\pi K$, $K = -1, 0, 1$.

Le tre radici sono perciò

$z_{-1} = \sqrt[6]{2}\, e^{-\frac{5}{12}\pi i}$, $z_1 = \sqrt[6]{2}\, e^{\frac{11}{12}\pi i}$,

$z_0 = \sqrt[6]{2}\, e^{i\frac{\pi}{4}}$

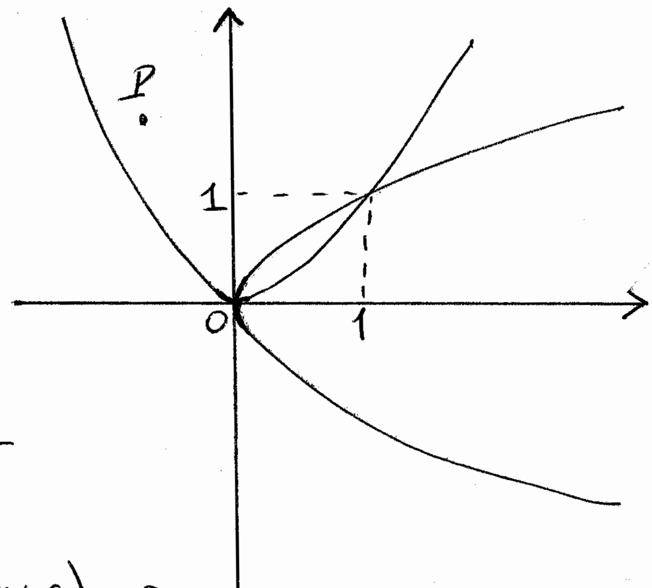
ESERCIZIO 7 – La funzione $f \in C^\infty(\mathbb{R}^2)$. Si ha:

$$\begin{cases} f_x = 2x + 3y \\ f_y = -2y + 3x + 2 \end{cases}$$

per cui, per determinare i punti stazionari

$$\begin{cases} y = -\frac{2}{3}x \\ \frac{4}{3}x + 3x + 2 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -\frac{6}{13} \\ y = \frac{12}{39} = \frac{4}{13} \end{cases} \qquad P = \left(-\frac{6}{13}, \frac{4}{13}\right)$$

Il punto P non sta in $\mathcal{P}$.



Si tratta perciò di controllare il bordo.

$$h(x) = f(x, x^2) = x^2 - x^4 + 3x^3 + 2x^2$$
$$= -x^4 + 3x^3 + 3x^2$$

$$h'(x) = -4x^3 + 9x^2 + 6x = x(-4x^2 + 9x + 6) = 0$$

per $x = 0$ e $4x^2 - 9x - 6 = 0$ $\quad x = \frac{9 \mp \sqrt{81 + 96}}{8} =$

$= \frac{9 \mp \sqrt{177}}{8}$ (una negativa, l'altra maggiore di 1)

Nessuna delle tre radici è accettabile (ci interessano $0 < x < 1$)

$$g(y) = f(y^2, y) = y^4 - y^2 + 3y^3 + 2y$$

$g'(y) = 4y^3 + 9y^2 - 2y + 2$

Poichè $0<y<1$, si ha $g'(y) > 0+0-2+2=0$, per cui non si annulla.

Di conseguenza non resta che concludere che massimo e minimo assoluto sono in $O=(0,0)$ e $A=(1,1)$.

Risulta

$$f(0,0)=0 \quad \text{ed} \quad f(1,1) = \cancel{1}-\cancel{1}+3+2=5$$

Quindi $\min\limits_{T} f = 0, \quad \max\limits_{T} f = 5.$

ESERCIZIO 8 — Si ha $1-y^2 \geq 0$ per $|y| \leq 1$.

Ovviamente $y = \mp 1$ sono soluzioni stazionarie per l'equazione differenziale del problema.

L'equazione d'altra parte è a variabili separabili, per cui possiamo risolvere il problema

$$\int_0^t \frac{ds}{\sqrt{1-y^2(s)}} = \int_0^t ds$$

$$\arcsen(y(t)) = t, \text{ da cui } y(t) = \operatorname{sen} t$$
$$\text{per } t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

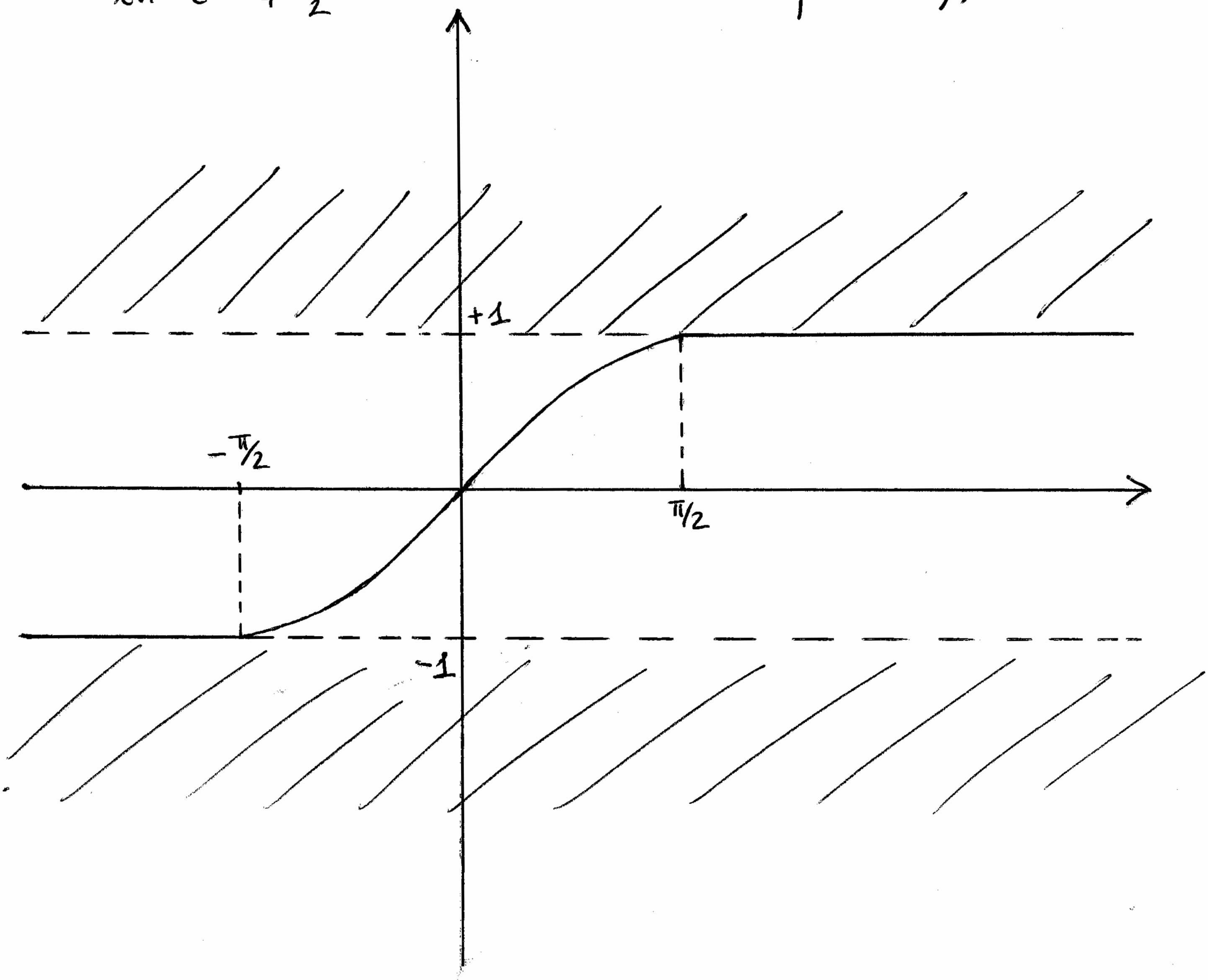
In $t = -\frac{\pi}{2}$ tale soluzione si attacca a $y=-1$ (soluzione stazionaria dell'equazione)

Analogamente in $t = \frac{\pi}{2}$ tale soluzione si attacca a $y=1$ (soluzione stazionaria dell'equazione).

La soluzione per il problema è, perciò,

$$y = \begin{cases} -1 & \text{per } t < -\frac{\pi}{2} \\ \operatorname{sen} t & \text{per } -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2} \\ +1 & \text{per } t > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

La soluzione è globale ed unica
(non va confusa la situazione vista l'intersezione in $t = \mp\frac{\pi}{2}$ tra soluzioni dell'equazione).



Prova scritta di Analisi Matematica I

Classe delle lauree in Ingegneria Civile e Ambientale

L'Aquila, 24 marzo 2006 – Docente: B. Rubino

Cognome e nome: ____

Matricola: ____

Corso di laurea: ____

Prova orale il ____

Esercizio 1

Giustificando opportunamente la risposta, calcolare, se esiste, il seguente limite

$$\lim_{n\to+\infty} \sin(n) \arctan\left(\frac{1}{n}\right)$$

Esercizio 2

Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+4}{x-1}}$$

tracciandone un grafico approssimativo.

Esercizio 3

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^3 x^2 \log\left(x^2+1\right)\, dx.$$

Esercizio 4

Sia data la funzione $f: \ [0,2] \longrightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x) = \begin{cases} ax+3 & \text{per } x \in [0,1) \\ \\ \log(x) & \text{per } x \in [1,2]. \end{cases}$$

Trovare il valore di $a \in \mathbb{R}$ che rende continua la funzione f.

Esercizio 5

Studiare la successione $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ definita per ricorrenza come

$$\begin{cases} a_1 = 0 \\ \\ a_{n+1} = 5a_n + 1, \qquad n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

Esercizio 6

Trovare le radici cubiche (in $\mathbb{C}$) del numero $w = 27\, i$.

Prova scritta di Analisi Matematica I

Classe delle lauree in Ingegneria Civile e Ambientale

L'Aquila, 7 aprile 2006 – Docente: B. Rubino

Cognome e nome: ____

Matricola: ____

Corso di laurea: ____

Prova orale il ____

Esercizio 1

Facendo uso della regola di De L'Hospital calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x - \sin x - \cos x}{x^2}$$

Esercizio 2

Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\int_0^{x^4} t^5 \sin t \; dt}{x^{28}}$$

Esercizio 3

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^2 (2-4x)\; e^{2x} \; dx.$$

Esercizio 4

Sia dato l'insieme
$$\mathcal{A} = \{arctan(n) \mid n \in \mathbb{Z}\}.$$
Giustificando opprtunamente la risposta dire se:

a) A ha massimo?

b) A ha minimo?

c) A è superiormente limitato?

d) A è inferiormente limitato?

Esercizio 5

Studiare la funzione
$$f(x) = x^6 - x^4 + 2$$

Esercizio 6

Calcolare l'insieme dei punti di accumulazione dell'insieme
$$\mathcal{A} = \left\{ \cos(\pi n) + \frac{(-1)^n}{2^n} \right\}.$$

Prova scritta di Analisi Matematica I

Classe delle lauree in Ingegneria Civile e Ambientale

L'Aquila, 4 luglio 2006 – Docente: B. Rubino

Tempo a disposizione: 90 miinuti

Cognome e nome: ____

Matricola: ____

Corso di laurea: ____

Prova orale il ____

Esercizio 1

Facendo uso del principio di induzione, dimostrare che per ogni intero $n \geq 1$ è vera la disuguaglianza:

$$2!\ 4! \dots (2n)! \geq [(n+1)!]^n.$$

Esercizio 2

Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{3^n + 5^n}.$$

Esercizio 3

Dire per quali $z \in \mathbb{C}$ il numero complesso

$$\frac{\bar{z} i}{-z}$$

è reale positivo.

Esercizio 4

Studiare la funzione

$$f(x) = x|x|e^{-x}$$

disegnandone poi un grafico approssimativo.

Esercizio 5

Calcolare l'integrale

$$\int x^2 \log x \ dx.$$

Esercizio 6

Calcolare l'integrale improprio

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-|x|} dx.$$

Prova scritta di Analisi Matematica I

Classe delle lauree in Ingegneria Civile e Ambientale

L'Aquila, 24 luglio 2006 – Docente: B. Rubino

Tempo a disposizione: 90 miinuti

Cognome e nome: ____

Matricola: ____

Corso di laurea: ____

Prova orale il ____

Esercizio 1

Facendo uso del principio di induzione, dimostrare che per ogni intero $n \geq 2$ è vera la disuguaglianza:

$$3^n \geq n2^n.$$

Esercizio 2

Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\log\left(1 + \sqrt{x + x^3}\right)}{x}$$

Esercizio 3

Dire per quale valori $z \in \mathbb{C}$ è verificata l'equazione

$$z\bar{z} = \mathrm{Re}\, z + \mathrm{Im}\, z.$$

Esercizio 4

Studiare la funzione

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{x^2+1}\right)$$

disegnandone poi un grafico approssimativo.

Esercizio 5

Calcolare l'integrale

$$\int \frac{dx}{\sqrt[4]{3x+4}}$$

Esercizio 6

Calcolare l'integrale improprio

$$\int_1^2 \frac{3x+9}{x^2-6x}dx.$$

Prova scritta di Analisi Matematica I

Classe delle lauree in Ingegneria Civile e Ambientale

L'Aquila, 5 settembre 2006 – Docente: B. Rubino

Tempo a disposizione: 90 miinuti

Cognome e nome: ______________________________

Matricola: ______________________________

Corso di laurea: ______________________________

Prova orale il ______________________________

Esercizio 1

Facendo uso del principio di induzione, dimostrare che la successione

$$\begin{cases} a_0 = \dfrac{\pi}{6} \\ a_{n+1} = \sin\left((a_n)^2\right) \end{cases}$$

è

- compresa tra zero ed uno (estremi esclusi);
- monotona decrescente.

Calcolare, infine, il

$$\lim_{n\to\infty} a_n$$

Esercizio 2

Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\arctan\left(n^2 - n\right)}{\arcsin\left(\left(1 + \dfrac{1}{n^2}\right)^n\right)}$$

Esercizio 3

Dire per quale valori di z e w in $\mathbb{C}$ è verificato il sistema

$$\begin{cases} z + w = 5i \\ zw = -6 \end{cases}$$

Esercizio 4

Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{(16 - x^2)}$$

disegnandone poi un grafico approssimativo.

Esercizio 5

Calcolare l'integrale

$$\int \frac{2x + 3}{(x^2 - 4)(x - 3)}\, dx$$

Esercizio 6

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x + 12)}}$$

Prova scritta di Analisi Matematica I

Classe delle lauree in Ingegneria Civile e Ambientale

L'Aquila, 20 settembre 2006 – Docente: B. Rubino

Tempo a disposizione: 90 minuti

Cognome e nome: ______________________________

Matricola: ______________________________

Corso di laurea: ______________________________

Prova orale: 22 settembre 2006 alle ore 9.30

Esercizio 1

Facendo uso del principio di induzione, dimostrare che la successione

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_{n+1} = \dfrac{a_n^2}{2 + a_n} \end{cases}$$

è

- compresa tra zero ed uno (estremi esclusi);
- monotona decrescente.

Calcolare, infine, il

$$\lim_{n\to\infty} a_n$$

Esercizio 2

Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n\to\infty} n^{100} \left(1 + \sin\frac{1}{n}\right)^{n-n^2}$$

Esercizio 3

Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\arctan(1+x^2)-\frac{\pi}{4}}{\sin x^2}$$

Esercizio 4

Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{1+x}$$

disegnandone poi un grafico approssimativo.

Esercizio 5

Calcolare l'integrale

$$\int \frac{2x+1}{(x^2-3x+2)}\, dx$$

Esercizio 6

Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} 2x\cos\left(x^2+\frac{\pi}{2}\right) dx.$$